

## ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

Calcular (con y sin calculadora) :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1}{4} - \left[ \left( \frac{6}{3} - \frac{2}{4} \right) + \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \right) \right] = & \text{b) } \frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{3} - 3}{\frac{2}{5} - \frac{1}{3}} = \\ \text{c) } 3^2 - 8^2 : 8 + 2^5 = & \text{d) } (2y - 3x)^2 = \end{array}$$

Simplifica:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{(-9)^{-3} (-16)^{-2} \cdot 25^2}{24^{-3} \cdot 9^4 \cdot 5^3} & \text{b) } \frac{(-x^2 y^3)^5 \cdot (-y^4)^{-3}}{(-y)^{-2} \cdot x \cdot (-y)^6} = \\ \text{c) } \frac{4x^4 y^2 - 2x^3 y^3}{18x^2 y^3} & \end{array}$$

Extraer factores fuera de los radicales siguientes:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{\frac{9a^7}{16b^8}} & \text{b) } \sqrt[5]{\frac{16x^2 y^7 z}{32xy^2}} \end{array}$$

Calcular los siguientes productos:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt[3]{81x^5 y} \cdot \sqrt[3]{3x^4 y^2} & \text{b) } \sqrt{4ab} \cdot \sqrt[3]{9ab^2} \cdot \sqrt[6]{2a^2 b^4} \end{array}$$

Operar:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{\sqrt[3]{16x^{-4} y^3 z}}{\sqrt[3]{8xy^5 z^2}} & \text{b) } \frac{\sqrt{2x^3 y}}{\sqrt[3]{2xy^5}} \\ \text{c) } \frac{\sqrt{2xy} \cdot \sqrt[3]{2xy}}{\sqrt[4]{16x^5 y}} & \text{d) } (5\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(5\sqrt{3} - 2\sqrt{5}) \\ \text{e) } \sqrt{27} + 2\sqrt[3]{24000} - 3\sqrt{108} + 5\sqrt[3]{375000} & \end{array}$$

Racionalizar:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{8}} & \text{b) } \frac{5}{\sqrt[3]{3}} \\ \text{c) } \frac{-5}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} & \text{d) } \frac{\sqrt{2} - 2}{4 - 2\sqrt{2}} \end{array}$$

Resuelve las ecuaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{2}x^2 - \sqrt{3} = 0 & \text{b) } \frac{5}{4}x^2 - \frac{3}{2}x = 0 \\ \text{c) } 2x^2 - \frac{x^2 - x + 1}{2} = \frac{1}{4} - x & \text{d) } 1 - \frac{1+x}{2} = \frac{1}{4} - x - \frac{x^2 - 1}{2} \end{array}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^4 - 7x^2 + 12 = 0 & \text{b) } x^6 - 35x^3 + 216 = 0 \\ \text{c) } x^3 + x^2 - 10x - 8 = 0 & \text{d) } x^5 - x^4 - x + 1 = 0 \end{array}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{1}{x^2 - x} = \frac{1}{x - 1} & \text{b) } \frac{1}{x + 2} + \frac{1}{x - 2} = \frac{1}{x^2 - 4} & \text{c) } \frac{3}{2x^2 - 3x} = \frac{1}{2x - 3} - \frac{5}{x} \end{array}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x = 7 - \sqrt{x-1}$

b)  $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+2} = 5$

Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $x - \frac{1+x}{2} < \frac{1}{4}$

b)  $x \leq 1 - \frac{4-2x}{5}$

c)  $x^2 - 4x - 5 > 0$

d)  $(x-2)^2 \cdot (x-5) \geq 0$

e)  $\frac{x}{2x-5} < 0$

f)  $\frac{x-2}{x+1} \leq \frac{1}{4}$

Resuelve las inecuaciones:

a)  $x - 2y \geq 5$

b)  $3x - 2y + 2 < 3$

Resuelve los siguientes sistemas:

a)  $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ xy + y^2 = 5 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x^2 + y = 11 \\ 2x^2 + y^2 = 22 \end{cases}$

Resolver las siguientes ecuaciones:

a)  $\ln x = \ln 9 - \ln 4$

b)  $5 \ln x - \ln 32 = \ln \frac{x}{2}$

c)  $2 \ln x - \ln(x+6) = 0$

d)  $\log 2 + \log(11-x^2) = 2 \log(5-x)$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $4^{x-7} = 8 \cdot 2^{x-2}$

b)  $5^{x-2} + 5^x + 5^{x+2} = 660$

c)  $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x}{2}}}{9^{\frac{5}{x}}} = 5 \cdot 3^x$

d)  $\frac{7^{2x}}{2} = \frac{5}{3^{x-1}}$

Resuelve los sistemas:

a)  $\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 2^{x+1} + 1 = 3^{y+1} \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3 \log x + \log y = 2 \\ 2 \log x - 3 \log y = 5 \end{cases}$

Escribir los cuatro primeros términos de las sucesiones siguientes:

a)  $a_n = 8$

b)  $a_n = \frac{3+n}{n}$

c)  $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

a)  $a_1 = 2/3$  ;  $d = -1/2$

Calcula d, sabiendo que  $a_1 = 23$  y  $a_{17} = 31$

Calcula  $a_1$ , sabiendo que  $a_{10} = 25$  y que  $d=5$

Calcula las siguientes sumas:

a) Los 40 primeros múltiplos de 3.

b) Los múltiplos de 6 comprendidos entre 100 y 1000

Por el alquiler de una casa se acuerda pagar 200 euros al mes durante el primer año, y cada año se aumentará el alquiler en 4 euros mensuales. ¿Cuánto se pagará durante el decimosexto año al mes? ¿Cuánto importarán los alquileres pagados hasta entonces, incluyendo los del año decimosexto?.

En los siguientes ejercicios se dan algunos datos y se pide calcular algún elemento:

a)  $a_6 = 972$  ;  $r=3$  ;  $a_1$

b)  $a_1 = 0'73$  ;  $r = 0'01$  ;  $a_6$

c)  $a_1 = -4$  ;  $a_2 = 2$  ;  $a_6$

Calcular la suma de los términos de cada una de las progresiones geométricas ilimitadas:

- a)  $3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$                       b)  $6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots$

Una rana da saltos en línea recta, hacia adelante, cada vez salta la mitad del salto anterior. Parte del extremo de una charca circular de 5m. de radio. En el primer salto se coloca a 3m. del centro. ¿Llegará la rana al centro del estanque?.

## GEOMETRÍA: TRIGONOMETRÍA Y NÚMEROS COMPLEJOS

Comprobar:

- a)  $\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x = \frac{\cos ec x}{\cos x}$                       b)  $\cos^4 x - \operatorname{sen}^4 x = \cos 2x$

Resuelve las siguientes ecuaciones

- a)  $2 \operatorname{sen} x = \operatorname{tg} x$ .    b)  $\cos x - 2 \operatorname{sen} x \cos x = 0$   
 c)  $\cos^2 x = \operatorname{sen}^2 x$     d)  $\operatorname{sen} x = \operatorname{sen} 50^\circ$   
 e)  $\cos 2x - \operatorname{sen}^2 x = 1/2$     f)  $\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} 2x = 0$

Resuelve los siguientes triángulos:

- a)  $A = 40^\circ$  ;  $B = 30^\circ$  ;  $a = 10\text{m}$                       b)  $a = 8 \text{ cm}$  ;  $b = 12 \text{ cm}$  ;  $B = 150^\circ$   
 c)  $A = 60^\circ$  ;  $b = 10 \text{ cm}$  ;  $c = 7 \text{ cm}$                       d)  $a = 6 \text{ cm}$  ;  $b = 9 \text{ cm}$  ;  $c = 12 \text{ cm}$

Dos barcos salen de un puerto a la vez. El primero toma rumbo noroeste a 20 km/h y el segundo sigue dirección noreste, siguiendo una trayectoria que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la dirección noreste, a 25 km/h.

¿Qué tiempo ha transcurrido cuando están entre ellos a 100 km de distancia?

Una avioneta en vuelo horizontal se acerca a un poblado P a 150 km/h. El ángulo que forman la línea de vuelo y P en un momento dado es de  $26^\circ$  y, 6 segundos más tarde, es de  $58^\circ$ . ¿Cuál es la altura de vuelo?

Una iglesia mide desde el suelo hasta el tejado 35m. Por encima del tejado se encuentra un campanario de 30m. desde un punto del terreno se abarca el campanario bajo un ángulo de  $10^\circ$ . Halla la distancia desde ese punto a la iglesia.

Calcular:

- a)  $2(2 - 3i) - 5(7 - i) =$     b)  $(5 - i)(7 + 3i) =$   
 c)  $(2 - 4i)^2 =$     d)  $\frac{2 - 4i}{3 + i} =$   
 e)  $(2 - 4i)^6 =$     f)  $2_{30^\circ} \cdot 5_{120^\circ} =$   
 g)  $27_{30^\circ} : 3_{120^\circ} =$

Resolver las siguientes ecuaciones en el campo de los números complejos:

- a)  $z^2 - 2z + 10 = 0$     b)  $z^3 + 16z = 0$   
 c)  $z^3 + 5 = 0$     d)  $z^5 - 3 = 0$

## GEOMETRÍA ANALÍTICA

Dado el vector  $u(2,2)$  escribir tres vectores ortogonales a él.

Calcular el módulo y dirección del vector suma de  $u(-1,3)$  y  $v(2, -5)$

Dado el triángulo de vértices  $A(1,0)$ ,  $B(-2,2)$  y  $C(-1, -5)$ , calcular sus ángulos.

Hallar el producto escalar de los vectores AB, BA, BC y CA, siendo A, B y C los puntos del ejercicio anterior.

Sean los vectores  $u = (1, 2/3)$  y  $v = (a, -5)$  ¿Cuánto ha de valer  $a$  para que  $u$  y  $v$  sean ortogonales?

Escribir todas las ecuaciones de la recta que pasa por A(1,4) y tiene de pendiente 5

Escribir las ecuaciones de la recta que pasa por (-1,3) y cuyo vector director es  $u(-1, -1)$

Escribir tres rectas paralelas y tres perpendiculares a  $2x-3y+4 = 0$

Hallar la ecuación de la recta que pasa por (1, -2) es paralela a la recta de ecuación  $y = 2x-5$ . Hallar la distancia del punto a la recta dada.

Hallar la ecuación de la recta que pasando por el origen de coordenadas es paralela a  $3x+y-2 = 0$ . Hallar la distancia del punto a la recta.

Calcular  $a$  para que la recta  $2x+ay-4 = 0$ :

a) Tenga de pendiente 5.

b) Pase por el punto (-2, -4).

c) Sea paralela a la recta  $x-3y+2 = 0$ .

d) Sea perpendicular a dicha recta.

Hallar el área del triángulo formado por los ejes de coordenadas y la recta de ecuación  $3x+2y-5 = 0$ .

Tres de los cuatro vértices de un paralelogramo son los puntos A(-1,2), B(1,4) y C(2,1). Hallar el cuarto vértice. (Existen dos soluciones)

Los puntos A(1,1) y B(5,4) forman un lado de un cuadrado. ¿Cuáles son los otros dos vértices?

Calcular el simétrico del punto A(1, -2) respecto de la recta  $2x-3y-1 = 0$

Averigua si los puntos A(3,-1), O(0,0) y C(-1/2,1/6) son colineales.

La recta pasa por el punto A(2,3) y forma un ángulo  $(s,r) = +45^\circ$  con la  $s: 2x + y - 1 = 0$ . Halla su ecuación.

Calcula la distancia de los siguientes pares de puntos:

a) A(5,3) y B(-3,8)

b) C( $\sqrt{3}, \sqrt{2}$ ) y D( $\sqrt{2}, -\sqrt{3}$ )

Calcula la distancia entre las rectas:

$$r: 6x - 4y + 1 = 0$$

$$s: 3x - 2y + 2 = 0$$

Halla  $b$ , sabiendo que las rectas:

$$r: 3x + 2y = 0$$

$$s: x + by - 2 = 0$$

formen un ángulo de  $60^\circ$ .

Determina el punto simétrico P' del punto P(3,2), respecto de la recta  $s: 2x + y - 12 = 0$

El punto M(2,3) es centro de un paralelogramo y las rectas  $y = 2x$  e  $y = \frac{1}{2}x$  son las de dos de sus lados. Calcula sus vértices y la medida de su superficie.

Se sabe que la recta  $r$  es perpendicular a la recta que contiene los puntos A(8,0) y B(0,5), y tiene un punto en común con las rectas:

$$s: 4x - 3y + 1 = 0$$

$$t: 2x + y - 7 = 0$$

Halla la ecuación de  $r$ .



Dibujar la gráfica de las siguientes funciones:

$$a) g(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -1 \\ x & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ 3x+1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$b) h(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < -1 \\ 3 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ 2x & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Calcular, si existen, los siguientes límites funcionales:

$$1^\circ) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{si } x < -1 \\ 2x+3 & \text{si } x > -1 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$

$$2^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$$

$$3^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-8}{2x} \right)^{5x}$$

$$4^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x} \right)^{374}$$

$$5^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$6^\circ) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x}{x^2 - 1}$$

$$7^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^5 + 4x^2 - 6x + 1}{x^3 + 3x^2 - 6x}$$

$$8^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

$$9^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})$$

$$10^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

$$11^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$12^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{2x^2 - 7x + 1}$$

$$13^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{2^x}$$

$$14^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} (3x + 7)^{2x^2 - 5x + 3}$$

$$15^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{\frac{x}{1+2x}} \right)^{\frac{x}{x+1}}$$

$$16^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x} \right)^{\frac{3x^2-1}{x+2}}$$

$$17^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - 7x + 1}{2x^2 + 2} \right)^{3x^2 + 5}$$

$$18^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - 1}{3x^2 + 8} \right)^{-2x + 8}$$

$$19^\circ) \lim_{x \rightarrow \infty} [(x^2 + x - 1) - (x^2 + x - 3)]$$

$$20^\circ) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x}{(x+3)^2}$$

$$21^\circ) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$$

$$22^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \operatorname{arcsen} x}{7x}$$

$$23^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^2 - 9}{x^2}}$$

$$b) f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 7}$$

$$c) f(x) = \frac{3x - 1}{x^3 - x^2 - 4}$$

$$d) f(x) = \frac{1 + 7x}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$$

Calcular **k** para que las funciones sean continuas en los puntos que se indican:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{si } x \neq 3 \\ k & \text{si } x = 3 \end{cases} \quad \text{en } x = 3$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{5x^4 - 3x^3}{7x^5 + kx^3} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{2}{5} & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad \text{en } x = 0$$

$$c) f(x) = \begin{cases} \frac{kx^4 - 3x^3}{7x^5 + 3x^3} & \text{si } x \neq 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad \text{en } x = 0$$

Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

1)  $y = 3x^2 - 5x$

2)  $y = (3x^3 + 4x)^6$

3)  $y = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 4}$

4)  $y = \frac{2}{x^2 + 6}$

5)  $y = (2x + 8)^{-7}$

6)  $y = (x^2 + x - 1)^{-3/5}$

7)  $y = \sin x + 3x \sin 3x$

8)  $y = \cos^3(x^2 + 6)$

9)  $y = \arctg \sqrt{x^2 - 1}$

10)  $y = 6(\ln x)^2 - 5 \ln x + \frac{1}{\ln x}$

11)  $y = \ln \frac{3x + 2}{x^2}$

12)  $y = 5^{x^3 - 8x}$

13)  $y = (x^2 - 1) \cdot e^{-2x}$

14)  $y = x^{\ln x}$

15)  $y = \sqrt[5]{(x^3 + 2)^2}$

16)  $y = (\sin x)^x$

17)  $y = x^{\sin x}$

18)  $y = 4\sqrt{x} \sin^2 x + e^x \sin x$

19)  $y = \arcsen e^x$

20)  $y = \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

21)  $y = \frac{\ln x}{x}$

22)  $y = 5^{x^x}$

23)  $y = \ln \operatorname{tg} x$

24)  $y = \ln \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$

25)  $y = \arcsen \frac{1+x}{1-x}$

26)  $y = \operatorname{tg} x + 1/3 \operatorname{tg}^3 x$

Hallar las ecuaciones de la tangente a las siguientes curvas en los puntos indicados:

a)  $y = \sqrt{\frac{x^3 + 9}{4x - 9}}$  en  $x_0 = 3$

b)  $y = 3x^3 + 6(x-1)^2 + 8x^2 + 3$  en  $x_0 = 0$

Hallar las ecuaciones de las tangentes a las siguientes curvas paralelas a r:

a)  $y = 3x^2 - 5$  ; r:  $y = x + 1$

b)  $y = 6x^3 + 9x - 2$  ; r:  $y = 0$

Representar las gráficas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

b)  $f(x) = x^4 - x^2 + 2$

c)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2}$

d)  $f(x) = \frac{x^2}{x - 2}$